

# 遺伝的アルゴリズムの機能を援用した不確定環境型疑似粒子群最適化と モンテカルロ法による確率的ジョブショップ問題の近似解法

(情報伝達システム学) 荒木 健太

## 1. 序論

ジョブショップ問題などのスケジューリング問題では、最適解でなくとも良好な近似最適解が求めれば十分な場合が多い。このため、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA) などを用いた近似解法に関する研究が数多く行なわれてきた。確率的ジョブショップ問題に関する従来の研究では、不確定環境型 GA(GA in Uncertain Environments: GAUCE) とモンテカルロ法を利用することで、6 仕事 6 機械<sup>[1],[2]</sup>および 10 仕事 10 機械<sup>[2]</sup>の問題の近似最適解を得ることに成功している。

本研究では、粒子群最適化(Particle Swarm Optimization: PSO) に GA の機能を援用したアルゴリズムと GAUCE における統計的手法<sup>[1]</sup>とモンテカルロ法とを組み合わせる方法を提案した。そして、この方法を確率的ジョブショップ問題に適用し、その有効性を検証した。

## 2. GA の機能を援用した不確定環境型疑似 PSO

### 2.1. PSO と不確定環境型疑似 PSO

PSO は J.Kennedy と R.Eberhart により開発された、鳥や魚の群における集団的な振る舞いを基にした最適化手法である。PSO は、「群を構成する個体の個別情報と、群全体の共通情報を組み合わせて用い、一定の規則に従って、群が集団として行動する」という概念に基づいている。

Kennedy らが提案した基本的な PSO では、複数の粒子が多次元空間を移動する。各粒子に対して、位置ベクトル  $\mathbf{x}_i^k$ 、移動ベクトル  $\mathbf{v}_i^k$  を設定し、過去の探索で発見したそれぞれの最良解  $\mathbf{pbest}_i^k$  とその評価値  $f(\mathbf{pbest}_i^k)$  を記憶しておく。そして、群に対して、過去の探索で発見した全粒子における最良解  $\mathbf{gbest}^k$  とその評価値  $f(\mathbf{gbest}^k)$  を記憶しておく。ここで、 $i$  は粒子の番号、 $k$  は step 数を表す。標準的な PSO における  $\mathbf{v}_i^k$  と  $\mathbf{x}_i^k$  の更新式は以下の通りである。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = w \cdot \mathbf{v}_i^k + c_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{pbest}_i^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{gbest}^k - \mathbf{x}_i^k), \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1}. \quad (2)$$

ただし、 $r_1, r_2$  は  $[0,1]$  に分布する一様乱数、 $w, c_1, c_2$  は各項に対する重みである。

PSO は元来、連続変数から成る多峰性関数の最適化問題に対して開発された手法であり、粒子の位置ベクトルと移動ベクトルの更新方法も、それに対応させたものとなっている。よって、離散最適化問題であるジョブショップ問題に式(1), (2) を用いるのは適当でない。そこで本研究では、PSO の粒子移動に GA の機能を援用したアルゴリズム<sup>[3]</sup>に変更を加え、GAUCE における統計的手法を用いて、確率的ジョブショップ問題の近似最適解候補を求めた。以下では、この手法を不確定環境型疑似 PSO(Pseudo PSO in Uncertain Environments: PPSOUC) と呼ぶ。

## 2.2.GA の機能を援用した粒子移動

本法における $\mathbf{v}_i^k$ と $\mathbf{x}_i^k$ の更新式は以下の通りである.

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{pbest}_i^k, \quad (3)$$

$$\mathbf{child}_i^k(m,0) = \mathbf{x}_i^k \oplus \mathbf{v}_i^{k+1}, \quad m=1,2, \quad (4)$$

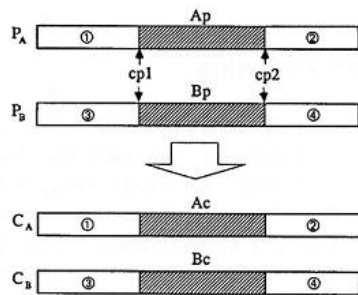
$$\mathbf{child}_i^k(m,n) = M_n(\mathbf{child}_i^k(m,0)), \quad m=1,2, \quad n=1,2,\dots,N_{\max}, \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{x}_i^k, & f(\mathbf{x}_i^k) \leq f(\mathbf{child}_i^k(a,b)) \text{ のとき,} \\ \mathbf{child}_i^k(a,b), & f(\mathbf{child}_i^k(a,b)) < f(\mathbf{x}_i^k) \text{ のとき,} \end{cases} \quad (6)$$

$$f(\mathbf{child}_i^k(a,b)) = \min_{m \in S} f(\mathbf{child}_i^k(m,n)), \quad S = \{1,2\}, T = \{0,1,\dots,N_{\max}\}. \quad (7)$$

ここで,  $j$  はランダムに選択された粒子の番号を表す. また,  $\oplus$  は交叉オペレータを表し,  $\mathbf{child}_i^k(m,0)$  は交叉によって生成された子粒子を表す. さらに,  $M_n$  は突然変異オペレータを表し,  $\mathbf{child}_i^k(m,n)$  ( $n \neq 0$ ) は突然変異によって生成された子粒子を表す. ただし,  $m$  は子の番号,  $n$  はランダムに施される突然変異の識別番号,  $N_{\max}$  は  $n$  の上限である.

本研究では, 粒子がもつベクトルの表現には仕事番号を用いた. また, 交叉として平野が用いた手法<sup>[4]</sup>(図 1,2), 突然変異には ShiftChange(図 3)を用いた.



斜線部を除き対応する部分を、親の染色体から子の染色体へコピーする。斜線部の遺伝処理は交叉処理2で行う。

図 1. 交叉処理 1<sup>[4]</sup>

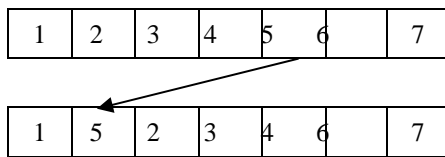
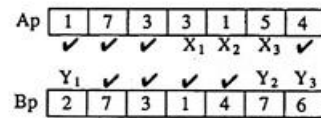
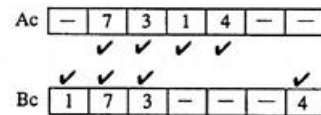


図 3. 突然変異 ShiftChange

Step1 同一遺伝子に印(✓)を付ける。



Step2 印の付いた遺伝子を、交叉関係にある子供の部分染色体へ、位置を保存して写す。



Step3 残りの遺伝子を移す。

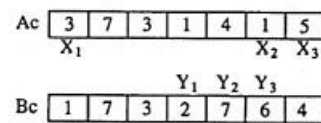


図 2. 交叉処理 2<sup>[4]</sup>

## 3. 対象とする問題

ジョブショップ問題とは, 複数の仕事を複数の機械で処理する際に, 全仕事の完了時間を最小にするような各機械における各仕事の処理順番を求める問題である. また, 本研究で扱う確率的ジョブショップ問題とは, 各仕事について, 機械の処理所要時間を所与の確率分布に従う確率変数としたジョブショップ問題を指す. 確率的ジョブショップ問題の条件を以下に示す.

- ・仕事毎に機械で処理する順番が指定されている.

- 1つの機械は同時に1つの仕事しか処理できない。
- 機械による処理の中断はできない。
- 各機械における処理は、ガントチャートに前詰めで配置される。
- 全仕事が完了する時間の期待値を最小にするような、各機械での各仕事の処理順番を決める。

#### 4. 処理概要

機械の処理所要時間を所定の確率分布に従う乱数を用いて、反復毎に確定させる。解の表現には、各機械に対する仕事番号を用いた。また、解の評価値として、各粒子がもつベクトルをアクティブスケジュールに変換して求めた全仕事の完了時間を用いた。処理概要を以下に示す。

- ① 各粒子の情報に、ランダムに初期値を設定する。
- ② 所定の反復終了回数まで(a)~(d)をループする。
  - (a) 各確率変数について、その確率分布に従う乱数を設定する。
  - (b) 各粒子について、 $v_i^k$ を更新する。
  - (c) 各粒子について、 $x_i^k$ を計算、評価、更新する。
  - (d) 各粒子について、 $pbest_i^k$ を更新する。
- ③ 反復終了までの各解の出現頻度を求める。このうち、高頻度で出現する解を近似最適解候補とし、モンテカルロ法を用いて全仕事の完了時間の期待値の近似値を求め、その値が最小となる解を近似最適解とする。

#### 5. 適用例

実験に用いたジョブショップ問題は、表 1,2,3 に示した3題<sup>[5]</sup>である。各機械の処理所要時間を確率変数とし、その確率分布は、各表の処理所要時間を平均値とするような正規分布と仮定した。確率分布における変動係数(=標準偏差)/(平均値))は、(1)0,(2)0.1,(3)0.2 の3通りとした。

表 1.6 仕事 6 機械のジョブショップ問題

		機械(処理所要時間)					
		1	2	3	4	5	6
仕事	1	3(1)	1(3)	2(6)	4(7)	6(3)	5(6)
	2	2(8)	3(5)	5(10)	6(10)	1(10)	4(4)
	3	3(5)	4(4)	6(8)	1(9)	2(1)	5(7)
	4	2(5)	1(5)	3(5)	4(3)	5(8)	6(9)
	5	3(9)	2(3)	5(5)	6(4)	1(3)	4(1)
	6	2(3)	4(3)	6(9)	1(10)	5(4)	3(1)

表 2.10 仕事 10 機械のジョブショップ問題

		機械(処理所要時間)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
仕事	1	1(29)	2(78)	3(9)	4(36)	5(49)	6(11)	7(62)	8(56)	9(44)	10(21)
	2	1(43)	3(90)	5(75)	10(11)	4(69)	2(28)	7(46)	6(46)	8(72)	9(30)
	3	2(91)	1(85)	4(39)	3(74)	9(90)	6(10)	8(12)	7(89)	10(45)	5(33)
	4	2(81)	3(95)	1(71)	5(99)	7(9)	9(52)	8(85)	4(98)	10(22)	6(43)
	5	3(14)	1(6)	2(22)	6(61)	4(26)	5(69)	9(21)	8(49)	10(72)	7(53)
	6	3(84)	2(2)	6(52)	4(95)	9(48)	10(72)	1(47)	7(65)	5(6)	8(25)
	7	2(46)	1(37)	4(61)	3(13)	7(32)	6(21)	10(32)	9(89)	8(30)	5(55)
	8	3(31)	1(86)	2(46)	6(74)	5(32)	7(88)	9(19)	10(48)	8(36)	4(79)
	9	1(76)	2(69)	4(76)	6(51)	3(85)	10(11)	7(40)	8(89)	5(26)	9(74)
	10	2(85)	1(13)	3(61)	7(7)	9(64)	10(76)	6(47)	4(52)	5(90)	8(45)

表 3.20 仕事 5 機械のジョブショップ問題

		機械(処理所要時間)				
		1	2	3	4	5
仕事	1	1(29)	2(9)	3(49)	4(62)	5(44)
	2	1(43)	2(75)	4(69)	3(46)	5(72)
	3	2(91)	1(39)	3(90)	5(12)	4(45)
	4	2(81)	1(71)	5(9)	3(85)	4(22)
	5	3(14)	2(22)	1(26)	4(21)	5(72)
	6	3(84)	2(52)	5(48)	1(47)	4(6)
	7	2(46)	1(61)	3(32)	4(32)	5(30)
	8	3(31)	2(46)	1(32)	4(19)	5(36)
	9	1(76)	4(76)	3(85)	2(40)	5(26)
	10	2(85)	3(61)	1(64)	4(47)	5(90)
	11	2(78)	4(36)	1(11)	5(56)	3(21)
	12	3(90)	1(11)	2(28)	4(46)	5(30)
	13	1(85)	3(74)	2(10)	4(89)	5(33)
	14	3(95)	1(99)	2(52)	4(98)	5(43)
	15	1(6)	2(61)	5(69)	3(49)	4(53)
	16	2(2)	1(95)	4(72)	5(65)	3(25)
	17	1(37)	3(13)	2(21)	4(89)	5(55)
	18	1(86)	2(74)	5(88)	3(48)	4(79)
	19	2(69)	3(51)	1(11)	4(89)	5(74)
	20	1(13)	2(7)	3(76)	4(52)	5(45)

反復終了までの出現頻度が上位100位までの解に対して、モンテカルロ法を用いて全仕事の完了時間の期待値の近似値を求め、その中で最小値を与える解を、本研究における近似最適解とした。本法で得た近似最適解の例を表4に示す。また、近似最適解を与える全仕事の完了時間の期待値の近似値を表5に示す。表5には、変動係数0の場合における最適値および従来法の結果も付記した。

表4. 結果例(10仕事10機械; 解における0は仕事番号10を略記したもの)

変動係数	解										全仕事の 完了時間平均値
0	1297405863	4670953812	6458207913	6795312408	4256819703	6597810324	4076981235	4659731820	6405738912	6279058431	930
0.1	9124570863	4679053812	6458207913	6975231408	4256819703	6597821034	4076928135	4597231860	6405738912	6279058431	958.39
0.2	9214570863	4679053812	6458207913	6975231408	4256819703	6597821034	4076928135	4597231860	6405738912	6279058431	1001.09

表5. 従来法と本法との比較(全仕事の完了時間(平均))

変動係数		0	0.1	0.2
6仕事6機械	最適値	55	—	—
	従来法 <sup>[1]</sup>	55	56.82	59.80
	従来法 <sup>[2]</sup>	55	56.11	58.04
	本法	55	55.94	58.01
10仕事10機械	最適値	930	—	—
	従来法 <sup>[2]</sup>	977	996.95	1037.54
	本法	930	958.39	1001.09
20仕事5機械	最適値	1165	—	—
	本法	1165	1181.98	1228.59

## 6. 結論

確率的ジョブショップ問題に対して、PPSOUCE とモンテカルロ法のハイブリッド適用を行ない、その有効性を示した。今後は本研究におけるハイブリッド適用の有効性を、種々の確率計画問題に対して検証する予定である。

## 参考文献

- [1] Y. Yoshitomi, R. Yamaguchi, "A genetic algorithm and the Monte Carlo method for stochastic job-shop scheduling", *Int. Trans. In Operational Research*, 10(2003), 577-596.
- [2] 古谷俊之, 「不確定環境型遺伝的アルゴリズムとモンテカルロ法による大規模な確率的ジョブショップ問題の近似解法」, 京都府立大学大学院 修士論文, (2009).
- [3] Z. Lian, B. Jiao, X. Gu, "A similar particle swarm optimization algorithm for job-shop scheduling to minimize makespan", *Applied Mathematics and Computation*, 183(2006), 1008-1017.
- [4] 平野広美, 「クラスタ平均化法を組み込んだ遺伝的アルゴリズムによるジョブショップスケジューリング問題の解法」, *人工知能学会誌*, 10(1995), 769-777.
- [5] J. F. Muth, G. L. Thompson, *Industrial Scheduling*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1963).